

## CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS

O número de Euler, nome dado em homenagem ao matemático suíço Leonhard Euler, é um número irracional denotado por  $e$ , cuja representação decimal tem seus 4 primeiros algarismos dados por 2,718. Esse número é a base dos logaritmos naturais, cuja função  $f(x) = \ln x = \log_e x$  tem inúmeras aplicações científicas.

A respeito desse assunto, julgue os itens a seguir.

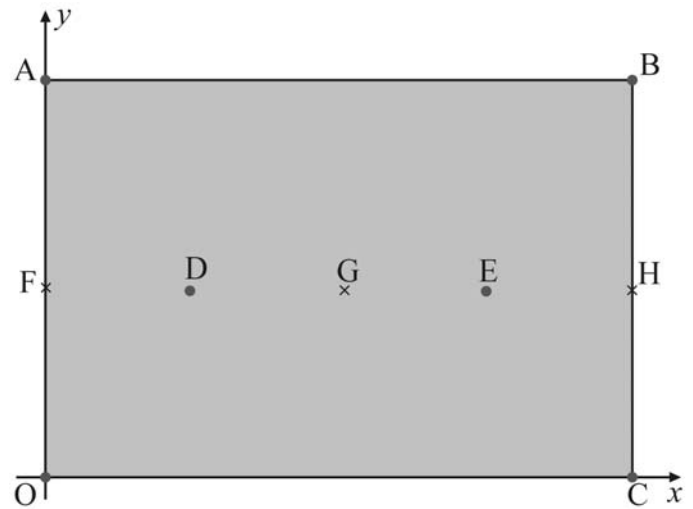
- 51 O número de Euler é menor que o número racional 2,72.  
 52 Se  $r = 2,718718718\dots$  é uma dízima periódica, então a diferença  $r - e$  é um número racional.  
 53 A função exponencial  $g(x) = e^x$ , função inversa de  $\ln x$ , é uma função crescente.  
 54 A equação  $\ln x = -4$  tem uma única solução.  
 55 Se  $h(x) = |x|$  é a função módulo, então o domínio da função composta  $(f \circ h)(x) = \ln |x|$  é o conjunto dos números reais.  
 56 Se  $a > 0$  e  $\ln a \in [10, 20)$ , então  $\ln a^2 \in [100, +\infty)$ .

Cada  $j = 0, 1, \dots, 11$  representa um mês do ano de 2017, isto é,  $j = 0 =$  janeiro,  $j = 1 =$  fevereiro, e assim sucessivamente. Se o mês  $j$  tem  $d$  dias, então  $j + 1/d$  representa o dia 1.º do mês  $j$ ;  $j + 2/d$  representa o dia 2 do mês  $j$ , e assim sucessivamente,  $j + d/d = j + 1$  representa o dia  $d$  do mês  $j$ . Dessa forma, cada dia do ano de 2017 pode ser representado por um número  $x$  do intervalo  $[0, 12]$ . Considere que, nessa representação, em cada dia  $x$  do ano de 2017, a porcentagem de água acumulada em relação à capacidade máxima do reservatório de determinada represa seja expressa pelo valor da função  $f(x) = x^2 - 10x + 60$ .

A partir dessas informações, julgue os itens que se seguem.

- 57 A diferença entre os percentuais de água contida na represa em 31/12/2017 e 1.º/1/2017 é superior a 20%.  
 58 Sabendo-se que fevereiro de 2017 teve 28 dias, então  $f(1,25)$  é a porcentagem de água acumulada no reservatório da represa no dia 25/2/2017.  
 59 Considere que a função  $f(x)$  esteja definida para todos os números reais do intervalo  $[0, 12]$ . Nesse caso, é correto afirmar que para cada  $y_0 \in [0, 100]$ , existe  $x_0 \in [0, 12]$  tal que  $y_0 = f(x_0)$ .  
 60 A inversa de  $f(x)$  é expressa por  $f^{-1}(x) = \frac{1}{x^2 - 10x + 60}$ , para  $0 \leq x \leq 12$ .  
 61 Em 2017, a menor quantidade de água acumulada no reservatório foi inferior a 10% de sua capacidade máxima e foi atingida no dia 31/5/2017.  
 62 Em 2017, a quantidade de água acumulada no reservatório ficou acima de 51% de sua capacidade máxima em dias de exatamente 4 meses.  
 63 Se, para 2018, a previsão para a porcentagem de água no reservatório for dada pela composição  $g(x) = (f \circ G)(x)$ , em que  $G(x) = 12 - x$ , então  $g(x) = x^4 - 24x^3 + 284x^2 - 1.680x + 5.040$ .  
 64 Considere que, em cada dia  $x$  de 2017, segundo a representação enunciada,  $p(x) = x + 5$  represente a porcentagem de água do reservatório, em relação à capacidade máxima, que foi desviada ilegalmente para abastecer as caixas d'água de um frigorífico. Nessa situação, se essa água não tivesse sido desviada, em algum momento o reservatório teria transbordado.

A figura seguinte mostra, em um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais  $xOy$ , em que a unidade de medida é o metro, uma região retangular OABC. O lado OA mede 600 m e o lado OC mede 800 m.



A figura mostra também os pontos  $F =$  ponto médio de  $OA$ ,  $H =$  ponto médio de  $CB$ ,  $G =$  centro do retângulo  $OABC$ ,  $D =$  ponto médio de  $FG$ , e  $E =$  ponto médio de  $GH$ . Nos pontos  $O, A, B, C, D$  e  $E$  foram instalados pontos de acesso à Internet — *wi-fi*. Nessa configuração, o usuário consegue se conectar à Internet desde que o seu *smartphone* esteja a 200 m ou menos de qualquer desses pontos de acesso.

Com base nessas informações e na figura apresentada, julgue os próximos itens.

- 65 A distância de  $O$  a  $D$  é superior a  $3 \times 10^2$  m.  
 66 Se um usuário tiver o seu *smartphone* no ponto  $R = (400, 100)$ , então a conexão à Internet a partir de qualquer dos referidos pontos de acesso será impossível.  
 67 Na parte externa ao retângulo  $OABC$ , o acesso à Internet a partir dos referidos pontos de acesso se restringe a uma região em que a área é inferior a  $384.000 \text{ m}^2$ .  
 68 A tangente do ângulo  $COD$  é igual a 1,5.  
 69 A reta que contém os pontos  $B$  e  $E$  intercepta o eixo  $Ox$  no ponto de abscissa  $x = 300$ .  
 70 Se um *smartphone* está em um *drone*, a 50 m de altura sobre o ponto  $P = (100, 100)$ , então, nesse caso, é possível conectá-lo à Internet a partir do ponto de acesso localizado na origem  $O$ .  
 71 Considere que uma pessoa esteja em ponto  $P$  da região retangular de modo que o ângulo  $OPA$  seja igual a  $90^\circ$ . Nesse caso, se o cosseno do ângulo  $AOP$  for igual a 0,3, essa pessoa estará a mais de 200 m da origem  $O$ .

Com relação a uma sequência numérica  $a_1, a_2, \dots, a_n$ , julgue os itens subsequentes.

- 72 Se a sequência estiver em progressão aritmética com razão igual a 10 e  $a_1 = 5$ , então  $a_{10} > 100$ .
- 73 Se a sequência for uma progressão geométrica (PG), em que  $a_1 = 5$  e  $a_4 = 135$ , então a razão dessa PG será maior que 4.
- 74 Se a sequência for uma sequência de Fibonacci, em que  $a_1 = 4$  e  $a_2 = 9$ , então  $a_6 = 57$ .
- 75 Considere que a sequência seja formada pelos seguintes termos, nessa ordem: 10, 12, 15, 19, 24, 30, 37. Nesse caso, a sequência numérica  $b_j = a_{j+1} - a_j$ , em que  $j = 1, 2, \dots, 6$  forma uma progressão aritmética.

A respeito dos números complexos, julgue os itens a seguir.

- 76 Se  $n$  for um número par e se  $p$  for um número real diferente de zero, então o polinômio  $z^n + p = 0$  tem, necessariamente, duas raízes reais distintas.
- 77 As raízes cúbicas do número complexo  $z = 1 + i$  são os números complexos  $z_1 = \sqrt[6]{2}e^{i\frac{\pi}{12}}$ ,  $z_2 = \sqrt[6]{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$ , e  $z_3 = \sqrt[6]{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}$ .
- 78 Se  $n > 1$  for um número inteiro e se  $\omega \neq 1$  for uma raiz  $n$ -ésima da unidade (isto é,  $\omega^n = 1$ ), então  $1 + \omega + \dots + \omega^{n-1} = 0$ .
- 79 Se  $q$  é um número real diferente de zero e se  $\omega$  é uma das raízes da equação  $z^n = q$ , então as raízes dessa equação são:  $q^{1/n}$ ;  $\omega$ ;  $\omega^2$ ;  $\dots$ ;  $\omega^{n-1}$ .
- 80 As raízes do polinômio  $z^3 - 3z^2 + 3z = 0$ , no plano complexo, são vértices de um triângulo inscrito no círculo de centro no ponto  $(1, 0)$  e de raio 1, isto é, se  $z = x + iy$  for uma dessas raízes, então  $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ .

Julgue os itens que se seguem, relativos a matrizes e sistemas lineares.

- 81 Se  $\mathbf{P}$  for uma matriz simétrica, então  $\mathbf{P}$  será inversível.
- 82 Se  $a$  é um número real e se o determinante da matriz  $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} a & 1 \\ 0 & a-1 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$  for igual a zero, então  $a = -2$  ou  $a = 1$ .
- 83 Se  $\mathbf{0}$  é a matriz nula  $n \times n$ , se  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade  $n \times n$ , e se  $\mathbf{P}$  é uma matriz  $n \times n$  tal que  $\mathbf{P}^2 + 2\mathbf{P} + \mathbf{I} = \mathbf{0}$ , então  $\mathbf{P}$  é inversível.
- 84 Um sistema linear escrito na forma matricial  $\mathbf{PX} = -\mathbf{X}$ , em que  $\mathbf{P}$  é uma matriz  $n \times n$  de coeficientes constantes e  $\mathbf{X}$  é a matriz das incógnitas,  $n \times 1$ , tem solução única se, e somente se, a matriz  $\mathbf{P} + \mathbf{I}$  for inversível ( $\mathbf{I}$  é a matriz identidade  $n \times n$ ).
- 85 Considere que  $\mathbf{Y}_0$  seja uma solução do sistema linear  $\mathbf{PX} = \mathbf{B}$ , em que  $\mathbf{P}$  é uma matriz  $n \times n$  de coeficientes constantes,  $\mathbf{X}$  é a matriz das incógnitas,  $n \times 1$ , e  $\mathbf{B}$  é a matriz dos termos independentes, também  $n \times 1$ . Nessa situação, toda solução  $\mathbf{X}$  desse sistema pode ser escrita na forma  $\mathbf{X} = \mathbf{Y}_0 + \mathbf{W}$ , em que  $\mathbf{W}$  é tal que  $\mathbf{PW} = \mathbf{0}$  ( $\mathbf{0}$  é a matriz nula  $n \times 1$ ).

Acerca de probabilidade e estatística, julgue os próximos itens.

- 86 **Situação hipotética:** A média aritmética dos pesos dos 60 alunos de uma sala de aulas é igual a 51,8 kg. Nessa sala, a média aritmética do peso dos meninos é de 62 kg e das meninas, 45 kg. **Assertiva:** Nesse caso, essa sala de aulas tem 24 meninos e 36 meninas.
- 87 Considere todos os números  $X$  tais que:
- (1)  $X$  não pertence ao conjunto  $\{2, 4, 7, 9, 12, 14\}$ ;  
 (2) o conjunto  $\{X, 2, 4, 7, 9, 12, 14\}$  tem média aritmética e mediana iguais.
- Nesse caso, o produto de todos esses números  $X$  é inferior a 100.
- 88 Considere que de uma urna com 10 bolas numeradas de 1 a 10, uma pessoa deva retirar, aleatoriamente, duas bolas ao mesmo tempo. Nesse caso, a probabilidade de que seja 12 a soma dos números das bolas retiradas é superior a 9%.
- 89 Considere que fichas numeradas de 11 a 99 sejam colocadas em uma urna e que uma delas seja retirada aleatoriamente. Nesse caso, a probabilidade de o número da ficha retirada ter o algarismo das dezenas menor que o algarismo das unidades é inferior a 35%.
- 90 **Situação hipotética:** Na revisão de um livro, o editor contou 20 páginas que tiveram 0, 1, 2, 3 ou 4 erros; 36 páginas que tiveram 5, 6, 7, 8 ou 9 erros. Prosseguindo, ele obteve os valores mostrados na tabela a seguir.

quantidade de erros	quantidade de páginas
de 0 a 4	20
de 5 a 9	36
de 10 a 14	14
de 15 a 19	12
de 20 a 24	8

**Assertiva:** Nesse caso, a frequência relativa para os dados da classe modal da tabela é de 40%.

Com relação a matemática financeira, cada um dos itens a seguir apresenta uma situação hipotética seguida de uma assertiva a ser julgada.

- 91 Um capital  $C$  foi aplicado, no regime de juros simples, à taxa de juros  $i\%$  ao mês, por um período de  $t$  meses, em que  $t > 2$ . Outro capital, de mesmo valor  $C$ , foi aplicado, no regime de juros compostos, também à taxa de  $i\%$  ao mês, pelo mesmo período  $t$ . Nesse caso, o montante auferido no regime de juros compostos é maior que o montante auferido no regime de juros simples.
- 92 Para liquidar o estoque de determinado produto, o lojista ofereceu um desconto de 10% no preço de venda. Passados alguns dias, para o estoque remanescente, o lojista concedeu novo desconto, agora de 20% sobre o preço já com primeiro desconto. Nessa situação, o valor do desconto que é equivalente a um único desconto aplicado sobre o preço do produto é igual a 28%.
- 93 Um título de valor nominal igual a R\$ 5.300 foi descontado 3 meses antes do vencimento, à taxa de desconto comercial simples de 24% ao ano, sem cobrança de taxas administrativas. Nesse caso, o valor descontado foi de R\$ 5.000.

- 94 Um título de valor nominal igual a R\$ 20.800 foi descontado 6 meses antes do vencimento, à taxa de desconto racional simples de 5% ao mês. Nesse caso, o valor descontado foi igual a R\$ 16.000.
- 95 Um capital  $C$  foi aplicado à taxa de juros compostos de  $i\%$  ao ano, com capitalização quadrimestral. Nessa situação, o período de tempo dessa aplicação para que o montante seja igual a  $2C$  é expresso por  $\log_{10}\left(1 + \frac{i}{300}\right)$ .

A respeito de história da matemática, julgue os itens subsequentes.

- 96 Os babilônicos possuíam um método próprio para o cálculo da raiz quadrada de um número, utilizando aproximações sucessivas. Para determinar o valor aproximado de  $\sqrt{p}$ , se estimava, primeiramente, um valor  $p_1$  para essa raiz e calculava-se o quociente  $q_1 = \frac{p}{p_1}$ . Com esses dois números calculava-se um novo valor  $p_2$ , a média aritmética de  $p_1$  e  $q_1$ , isto é,  $p_2 = \frac{p_1 + q_1}{2}$ . Repetindo esse processo sucessivamente, obtinha-se uma aproximação da raiz quadrada. No método babilônico, se a estimativa inicial para  $\sqrt{2}$  for  $p_1 = 1$ , então a terceira aproximação de  $\sqrt{2}$  será  $p_3 = \frac{17}{12}$ .
- 97 Em virtude de necessidades contábeis da época, os egípcios tinham a preferência pela utilização das frações unitárias, isto é, aquelas em que o número 1 é o numerador. Parte do Papiro de Rhind, um importante registro matemático dos egípcios, trata da decomposição de frações a partir de frações unitárias. As frações unitárias na forma  $1/n$  sempre podem ser decompostas em exatamente duas frações unitárias, por exemplo,  $\frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ . Nesse contexto, é correto afirmar que as únicas decomposições da fração unitária  $\frac{1}{4}$  são  $\frac{1}{4} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$  e  $\frac{1}{4} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12}$ .
- 98 A seguinte proposição do livro II dos elementos de Euclides: “Se um segmento de reta for cortado aleatoriamente em duas partes, então a área do quadrado do todo é igual à área dos quadrados das partes e duas vezes a área do retângulo contido pelas partes”. Em linguagem moderna, essa proposição descreve a solução de uma equação da forma  $ax^2 + bx + c = 0$ .
- 99 A sequência de Fibonacci  $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots, f_{n-1}, f_n, \dots$  foi apresentada no livro **Liber Abaci**, escrito por Leonardo de Pisa, como solução para um problema sobre a população de coelhos. Essa sequência, desde então, é vastamente estudada por possuir diversas propriedades interessantes, como, por exemplo: a sequência das razões  $r_n = \frac{f_{n-1}}{f_n}$  converge para  $L$ , solução da equação  $L^2 - 2L - 2 = 0$ .

- 100 Em um dos paradoxos do filósofo Zenão é contada a história do herói Aquiles, que disputa uma corrida com uma tartaruga. Nessa corrida ambos desenvolvem velocidades constantes, mas a razão entre a velocidade da tartaruga e a de Aquiles é da forma  $1/m$ , em que  $m > 1$ . Aquiles, por ser mais rápido, permite que a tartaruga largue na sua frente e, depois de ela ter percorrido  $d_1$  metros, ele inicia a sua corrida. Depois de certo tempo, o herói percorreu essa distância de  $d_1$  metros; a tartaruga havia percorrido mais  $d_2$  metros. Na etapa seguinte, repete-se o processo e Aquiles percorre essa distância de  $d_2$  metros, enquanto a tartaruga percorre mais  $d_3$  metros. Considerando que esse processo continue, Aquiles será capaz de ultrapassar a tartaruga depois de percorrer uma distância igual a  $d_1 \times m/[m - 1]$ .

Ao fazer referência à avaliação, a Base Nacional Curricular Comum evidencia, entre outros elementos, a necessidade de a escola promover o envolvimento e a participação das famílias e da comunidade para construir e aplicar procedimentos de avaliação formativa de processo ou de resultado que levem em conta os contextos e as condições de aprendizagem, tomando tais registros como referência para melhorar o desempenho da escola, dos professores e dos alunos.

Base Nacional Curricular Comum. 2017, p. 17 (com adaptações).

Tendo como referência inicial as informações apresentadas no texto precedente, é correto afirmar que a avaliação formativa

- 101 leva em consideração que as aprendizagens dos alunos constituem uma realidade objetiva, passível de ser estudada e apreendida na sua totalidade por meio do processo de avaliação.
- 102 tende a funcionar melhor quando o professor evita práticas de classificação bem como comentários que comparem o desempenho dos alunos.
- 103 tem como principal característica a quantificação dos comportamentos, das atitudes ou capacidades observáveis dos alunos.
- 104 deve ser desenvolvida em contexto e integrada aos processos de ensino, com a participação ativa dos alunos.
- 105 deve ser feita *in loco*, para compreender os processos que os alunos utilizam na resolução das tarefas que lhes sejam propostas ou que escolham para resolver.
- 106 enfatiza a compreensão dos processos cognitivos do aluno, os quais, para tanto, são descritos, analisados e interpretados qualitativamente.

Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e de modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de toda a educação básica.

Base Nacional Curricular Comum. 2017, p. 264 (com adaptações).

Considerando o texto apresentado e os múltiplos aspectos a ele relacionados, julgue os próximos itens, com relação ao uso da resolução de problemas nas atividades avaliativas.

- 107 Trata-se de um método rápido, que abrange uma parte substancial do conteúdo a ser avaliado em relativamente pouco tempo.
- 108 A utilização desse método para identificar a origem dos erros cometidos pelos alunos deve ser excluída do processo avaliativo em função da diversidade de respostas encontradas.
- 109 A resolução de problemas possibilita a avaliação de aspectos originais e criativos do pensamento dos alunos.

**110** Dada a variedade de caminhos que podem ser tomados pelos alunos na apresentação de suas respostas, o uso da resolução de problemas deve ser evitado quando se objetiva avaliar se os alunos dominam os procedimentos matemáticos e utilizam os conhecimentos disponíveis para apresentar suas respostas.

Espaço livre

Com referência a competências e habilidades propostas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio para a disciplina de matemática, julgue os itens a seguir.

**111** Entre as habilidades propostas por esses parâmetros curriculares está a de que o estudante seja capaz de utilizar a matemática na proposição de soluções para problemas reais e cotidianos.

**112** As disciplinas estatística e probabilidade, por possibilitarem a aplicação da matemática em questões provenientes do mundo real, são importantes para a competência relacionada à contextualização sociocultural da matemática.

**113** No estudo da matemática, para que as habilidades sejam desenvolvidas corretamente, os parâmetros curriculares nacionais sugerem que se faça o detalhamento de cada assunto tratado. Assim, caso se trate, no estudo das funções inversas que os alunos farão no ensino médio, somente das funções exponencial e logaritmo, então o estudo sobre funções injetoras, sobrejetoras e inversíveis deverá ser detalhado para que o aluno compreenda por completo o assunto.

**114** O estudo das funções permite que o estudante do ensino médio seja capaz de compreender e transcrever a linguagem corrente para a linguagem simbólica e matemática. Nesse sentido, o estudo das situações reais e das aplicações da matemática deve ser contínuo e exclusivo para o desenvolvimento da competência chamada representação e comunicação.

Ainda a respeito das competências e habilidades propostas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio para a disciplina de matemática, julgue os próximos itens.

**115** Entre os objetivos do estudo da geometria no ensino médio, incluem-se o de desenvolver no aluno as habilidades relativas a medidas e grandezas, e o de estimular a percepção do discente sobre o processo histórico de construção do conhecimento matemático.

**116** Para que as habilidades e competências em matemática no ensino médio sejam desenvolvidas adequadamente pelos alunos, os conteúdos devem se restringir ao caráter formativo ou instrumental, favorecendo o desenvolvimento individual do estudante com relação à matemática.

**117** Nos parâmetros curriculares nacionais do ensino médio, os temas que serão estudados e possibilitarão o desenvolvimento das competências e habilidades almejadas são divididos em apenas dois grandes eixos: álgebra e geometria.

**118** É esperado que, ao final do ensino médio, os alunos sejam capazes de demonstrar grande parte dos teoremas estudados utilizando a simbologia e o rigor correto, priorizando a matemática em detrimento das outras ciências, conforme exigem as competências de representação e comunicação.

**119** A utilização de ferramentas para a resolução de problemas é uma das habilidades desejadas para o aluno e constantes dos parâmetros curriculares nacionais: deseja-se que, ao final do ensino médio, o aprendiz seja capaz de resolver todos os tipos de problemas utilizando calculadoras e computadores.

**120** Espera-se que o aluno egresso do ensino médio possa contribuir e propor soluções para a melhoria de vida da sua cidade e do seu ambiente, com base nos conteúdos e nas situações vividas em sala de aula em relação à matemática.