

Questão 1: As notas de dez alunos, num exame, estão dadas a seguir: 2, 5, 8, 3, 6, 5, 8, 7, 6, 10. O desvio médio e a variância dessas notas podem ser expressos, respectivamente, por:

- a) 1,8 e 4,6.
- b) 2,0 e 2,2.
- c) 1,8 e 5,2.
- d) 2,0 e 4,6.
- e) 2,0 e 1,9.

Questão 2: O Índice de Massa Corporal (IMC) é calculado dividindo-se o peso em quilos pela altura (ao quadrado), em metros. Numa pesquisa, os níveis de IMC encontrados em 1.005 estudantes de Ensino Fundamental e de Ensino Médio de certa região variaram de 11,8 a 40,2, resultando em uma média de 18, desvio-padrão de 3,4, com mediana de 17,30, moda de 15,10 e distribuição em forma de sino. Paulo, aluno lutador de sumô, possui um IMC de 28,2, e Pedro, aluno maratonista, possui um IMC de 14. Considere as informações e assinale a afirmativa **CORRETA**.

- a) O coeficiente de variação porcentual da pesquisa é maior do que 20%.
- b) O escore padronizado (z) do aluno Paulo é de 3.
- c) Paulo tem um IMC que pode ser considerado usual (em relação à pesquisa e utilizando o escore “z”).
- d) Pedro tem um IMC que pode ser considerado incomum (em consideração ao estudo e utilizando-se o escore “z”).
- e) O escore padronizado de Pedro é de 1,2.

Questão 3: Um modelo simplificado para a variação no preço de uma ação supõe que a cada dia o preço pode tanto subir uma unidade (+1) com probabilidade p , como cair uma unidade (-1) com probabilidade $1-p$. Também, supõe-se que as mudanças a cada dia sejam independentes. Com base nesse modelo, a probabilidade de que o preço da ação tenha caído no primeiro dia de observação, dado que após três dias de observação o preço da ação subiu em uma unidade, é:

- a) $1/6$.
- b) $1/5$.
- c) $1/4$.
- d) $1/3$.
- e) $2/3$.

Questão 4: Na descrição de uma amostra aleatória de tamanho $n = 20$, obteve-se um coeficiente de variação $cv = 0,25$ e um desvio-padrão $s = 3$. Então, a soma dos elementos dessa amostra é igual a:

- a) 300.
- b) 324.
- c) 180.
- d) 240.
- e) 200.

Questão 5: Amostras de uma peça de alumínio são classificadas com base no acabamento da superfície e nas medidas de comprimento. Os resultados de 100 peças são resumidos a seguir. Qual é a probabilidade de uma peça ter excelente acabamento, dado que a mesma tem um bom comprimento?

| | | comprimento | |
|------------|-----------|-------------|-----|
| | | excelente | bom |
| acabamento | excelente | 75 | 7 |
| | bom | 10 | 8 |

- a) 7/15
- b) 7/100
- c) 8/15
- d) 8/100
- e) 8/18

Questão 6: Imagine-se diante de duas urnas contendo bolas de diferentes cores. A urna 1 contém x bolas brancas e y vermelhas. A urna 2 contém z bolas brancas e v vermelhas. Uma bola é escolhida ao acaso da urna 1 e posta na urna 2. A seguir, uma bola é escolhida ao acaso da urna 2. Qual será a probabilidade de que essa bola seja branca?

- a) $\left(\frac{x}{x+y}\right)\left(\frac{z+1}{z+v+1}\right) + \left(\frac{y}{x+y}\right)\left(\frac{z}{z+v+1}\right)$
- b) $\left(\frac{x}{x+y}\right)\left(\frac{z+1}{z+v+1}\right)$
- c) $\left(\frac{z}{z+v+1}\right)$
- d) $\left(\frac{x}{x+y}\right)$
- e) $\left(\frac{z+1}{z+v+1}\right)$

Questão 7: Uma determinada peça é produzida por 3 fábricas, digamos A, B e C, sendo que A produz 50% das peças, e B e C produzem 25% das peças cada. Sabe-se que 2% das peças produzidas por A, 2% das produzidas por B e 4% das produzidas por C são defeituosas. Todas as peças produzidas são colocadas em um depósito. Ao se retirar uma peça, constatou-se que ela era defeituosa. Qual é a probabilidade de a peça ser da fábrica A?

- a) 0,025
- b) 0,4
- c) 0,5
- d) 0,8
- e) 0,3

Questão 8: Um fabricante de lâmpadas afirma que a duração de seu produto é de 2000 horas, com desvio-padrão de 150 horas. Em uma amostra de 120 lâmpadas, a média de duração foi de 1950 horas. Supondo normalidade, estime por intervalo a duração média das lâmpadas, produzidas pelo fabricante, ao nível de 95% de confiança.

- a) (1923,2 ; 1976,8)
- b) (1800,0 ; 1935,1)
- c) (2000,0 ; 2035,1)
- d) (1973,2 ; 2026,8)
- e) (1500 ; 2500)

Questão 9: O número de falhas de um instrumento de teste para partículas de contaminação no produto segue uma variável aleatória de Poisson, com média de 1 falha por hora. Qual é a probabilidade de que o instrumento falhe, pelo menos, 2 vezes em meia hora?

- a) $1 - 1,5e^{-0,5}$
- b) 0,5
- c) e^{-1}
- d) $1,5e^{-1}$
- e) $e^{-0,5}$

Questão 10: As lâmpadas fluorescentes adquiridas pelo Departamento de Suprimentos de determinada prefeitura têm garantia de funcionamento adequado, fixada pelo fabricante em $X(n)$ horas. O tempo de vida (X) das lâmpadas foi modelado segundo a distribuição exponencial, ou seja, $X \sim e(\theta)$. A função densidade de probabilidade da variável aleatória $Y = \ln(X)$ é dada por:

- a) $f_y(y)\theta e^{\ln(\theta)}$, $y \in R$.
- b) $f_y(y)\theta e^{[\theta \ln(y)]}$, $y \in R$.
- c) $f_y(y)\theta e^{y \ln(\theta)}$, $y \in R$.
- d) $f_y(y)\theta e^{y^\theta}$, $y \in R$.
- e) $f_y(y)\theta e^{y(1-\theta)}$, $y \in R$.

Questão 11: Uma variável aleatória X tem função geradora de momentos dada por $m_X(t) = 0,2 + 0,8e^t$. O valor de $E[X^2]$ é:

- a) 0,16.
- b) 0,2.
- c) 0,4.
- d) 0,64.
- e) 0,8.

Questão 12: Um produtor de sementes vende pacotes com 20 sementes cada um. Quando um pacote apresenta mais de uma semente sem germinar, o comprador é indenizado. A probabilidade de uma semente não germinar é de 2 %. Qual é a probabilidade de o comprador de um pacote ser indenizado?

- a) 6%
- b) 10%
- c) 50%
- d) 20%
- e) 94%

Questão 13: Uma variável aleatória X discreta tem valores possíveis - 2, - 1, 0 e 2 e probabilidades respectivas 0,1; 0,4; 0,3 e 0,2. O valor de $E[X^3]$ é:

- a) - 0,4.
- b) - 0,2.
- c) 0.
- d) 0,2.
- e) 0,4.

Questão 14: Seja X_1, X_2, \dots, X_n uma amostra aleatória de uma distribuição $N(\mu, \sigma^2)$ e \bar{X} a média amostral. Supondo $n=16$, determinar as seguintes probabilidades:

I. $P\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2 \leq 2\sigma^2\right)$

II. $P\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \leq 2\sigma^2\right)$

Assinale a afirmativa **CORRETA**.

- a) I: $P = 0,78$; II: $P = 0,995$
b) I: $P = 0,99$; II: $P = 0,995$
c) I: $P = 0,99$; II: $P = 0,85$
d) I: $P = 0,78$; II: $P = 0,91$
e) I: $P = 0,80$; II: $P = 0,75$

Questão 15: O esquema a seguir representa uma clínica de idosos que tem enfermeiros em três departamentos (♦ departamento A, • departamento B e □ departamento C). Retire uma amostra estratificada de tamanho $n = 20$. Para que a alocação seja proporcional, qual deve ser o tamanho da amostra a ser retirada de cada estrato (departamento)?

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ♦ | ♦ | ♦ | ♦ | ♦ | ♦ | ♦ | ♦ | ♦ | ♦ | ♦ | • | • | □ | □ | □ | □ | □ |
| ♦ | ♦ | ♦ | ♦ | ♦ | ♦ | ♦ | ♦ | ♦ | ♦ | ♦ | • | • | □ | □ | □ | □ | □ |
| ♦ | ♦ | ♦ | ♦ | ♦ | • | • | • | • | • | • | • | • | □ | □ | □ | □ | □ |
| ♦ | ♦ | ♦ | ♦ | ♦ | • | • | • | • | • | • | • | • | □ | □ | □ | □ | □ |

- a) $n_A = 8, n_B = 6, n_C = 6$
b) $n_A = 10, n_B = 5, n_C = 5$
c) $n_A = 8, n_B = 7, n_C = 5$
d) $n_A = 7, n_B = 7, n_C = 6$
e) $n_A = 12, n_B = 6, n_C = 6$

Questão 16: Uma determinada loja de Juiz de Fora planeja realizar uma pesquisa de satisfação com 50 de seus clientes, ao longo de um dia. A loja estima que, diariamente, cerca de 1000 clientes a visitem. Que tipo de plano amostral é o melhor para a situação?

- a) amostra aleatória simples
- b) amostra por conglomerados
- c) amostra estratificada
- d) amostra intencional
- e) amostra sistemática

Questão 17: Quando há dois planos amostrais, é importante saber qual deles é mais eficiente. Um conceito importante, que é denominado Efeito do Planejamento Amostral (EPA), compara a variância de um estimador sob um plano qualquer com a variância do mesmo estimador sob outro plano tido como padrão. Tendo em vista esse conceito, considere uma pesquisa realizada em uma população (hipotética) com $N=8$ domicílios, em que é conhecida a renda familiar por domicílio $y = (13,17,6,5,10,12,19,6)$, apresentando $\mu = 11$ e $\sigma^2 = 24$. Considere dois planos amostrais:

PLANO 1: Amostragem Aleatória Simples com reposição (AASc) com amostra de tamanho 4;

PLANO 2: Amostragem estratificada da seguinte forma:

Estrato1 = (13,17,6,5) com $\mu_1 = 10,25$; $\sigma^2_1 = 24,69$

Estrato2 = (10,12,19,6) com $\mu_2 = 11,75$; $\sigma^2_2 = 22,19$

Calcular o EPA para o estimador da média, tendo como padrão o PLANO 1. Está **CORRETA** a afirmativa:

- a) EPA = 0,96: Os planos possuem eficiências diferentes.
- b) EPA = 0,98 : Os planos possuem eficiências aproximadamente iguais.
- c) EPA = 1,23: Os planos possuem eficiências diferentes.
- d) EPA = 0,899: Os planos possuem eficiências aproximadamente iguais.
- e) EPA = 0,758: Os planos possuem eficiências aproximadamente iguais.

Questão 18: Seja X_1, X_2, \dots, X_n uma amostra aleatória de uma distribuição normal com média μ e variância σ^2 desconhecidas. Sejam \bar{X} e S^2 a média e variância amostral, respectivamente. Para um tamanho de amostra igual a 16, encontre o valor de K tal que $P(\bar{X} > \mu + Ks) = 0,05$. O valor **CORRETO** de k é:

- a) $k = 0,821$.
- b) $k = 0,891$.
- c) $k = 0,438$.
- d) $k = 0,799$.
- e) $k = 0,583$.

Questão 19: Uma amostra aleatória simples X_1, X_2, X_3, X_4 , de tamanho 4, de uma população com média μ será observada. Os seguintes estimadores de μ estão sob análise:

$$T_1 = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4}{4}, \quad T_2 = \frac{X_1 - X_2 + X_3 - X_4}{2},$$

$$T_3 = \frac{X_1 + X_2 + X_3 - X_4}{2}, \quad T_4 = X_1.$$

A quantidade de estimadores não viesados de μ , entre os apresentados, é:

- a) 0.
- b) 1.
- c) 2.
- d) 3.
- e) 4.

Questão 20: Uma amostra aleatória simples X_1, X_2, \dots, X_n , de tamanho n, será obtida de uma população descrita por uma densidade normal com média μ e variância σ^2 . Se X representa a média amostral e se

$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}$, então a seguinte variável tem distribuição qui-quadrado com $n-1$ graus de liberdade:

- a) S^2 .
- b) $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$.
- c) $\frac{nS^2}{(n-1)\sigma^2}$.
- d) $\frac{(n-1)S^2}{(n+1)}$.
- e) nS^2 .

Questão 21: Em uma amostra iid X_1, X_2, \dots, X_n de uma variável aleatória $X \sim \text{Poisson}(\lambda)$, determine o estimador de máxima verossimilhança para o parâmetro λ .

- a) \bar{X}
- b) \bar{X}^2
- c) $\text{Log}(\bar{X})$
- d) $\text{Exp}(\bar{X})$
- e) $\bar{X} - 1$

Questão 22: Se X_1, X_2, \dots, X_n representam uma amostra aleatória simples de uma distribuição exponencial com média $1/\theta$ desconhecida e se a distribuição a priori de θ é uma distribuição gama com parâmetros α e β , então a distribuição a posteriori de θ dado que $X_i = x_i, i = 1, 2, \dots, n$ é uma distribuição gama com parâmetros:

- a) αn e β .
- b) α e $\beta + \sum_{i=1}^n x_i$.
- c) α e $\beta + \bar{x}$.
- d) $\alpha + n$ e $\beta + \sum_{i=1}^n x_i$.
- e) $\alpha + \bar{x}$ e $\beta + \sum_{i=1}^n x_i$.

Questão 23: Considere o modelo linear dado por $Y_i = \alpha + e_i, i = 1, 2, \dots, n$ com $e_i \sim N(0, \sigma^2/w_i)$ independentes, $w_i > 0$, não aleatório. O estimador de máxima-verossimilhança de α é:

a) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$.

b) $\frac{\sum_{i=1}^n w_i Y_i}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{w_i}}$.

c) $\frac{\sum_{i=1}^n \frac{Y_i}{w_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{w_i}}$.

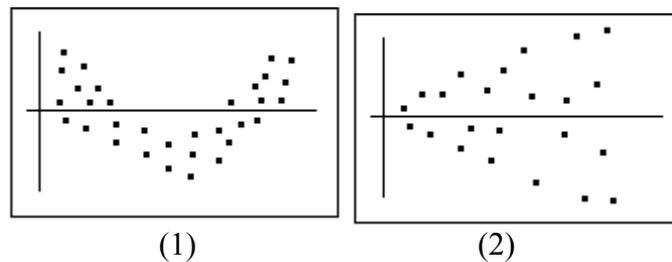
d) $\frac{\sum_{i=1}^n w_i Y_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$.

e) $\frac{\sum_{i=1}^n \frac{Y_i}{w_i}}{\sum_{i=1}^n w_i}$.

Questão 24: Na amostragem por conglomerados em um estágio, pode-se afirmar que:

- a) seleciona-se sequencialmente cada unidade amostral com igual probabilidade, de tal forma que cada amostra tenha a mesma chance de ser escolhida.
- b) a população é dividida em subgrupos disjuntos (estratos), e a amostragem aleatória simples é usada na seleção de uma amostra de cada estrato.
- c) a população é dividida em subpopulações disjuntas e, numa primeira etapa, algumas subpopulações são selecionadas usando-se amostragem aleatória simples; numa segunda etapa, uma amostra de unidades é selecionada de cada subpopulação selecionada na primeira etapa.
- d) a população é dividida em subpopulações disjuntas, e selecionam-se algumas subpopulações usando-se amostragem aleatória simples; depois todos os elementos nas subpopulações selecionadas são observados.
- e) existe uma listagem das unidades populacionais e, para cada c inteiro fixado, sorteia-se ao acaso um indivíduo entre as posições 1, 2, ..., c da listagem; depois, observam-se, metodicamente, indivíduos igualmente espaçados na listagem.

Questão 25: Um modelo de regressão linear simples $Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + e_i$, com $e_i \sim N(0, \sigma)$ independentes, $i = 1, 2, \dots, n$, é ajustado a dois conjuntos de dados (1 e 2). Os gráficos de resíduos *versus* os valores ajustados de Y são apresentados:



Tais resultados revelam:

- a) (1) adequação do modelo ajustado; (2) falha na especificação da função de regressão.
- b) (1) falha na especificação da função de regressão; (2) violação da hipótese de normalidade dos erros.
- c) (1) violação da hipótese de normalidade dos erros; (2) adequação do modelo ajustado.
- d) (1) falha na especificação da função de regressão; (2) violação da hipótese de variância constante dos erros.
- e) (1) violação da hipótese de independência dos erros; (2) violação da hipótese de variância constante dos erros.

Questão 26: Um modelo de regressão linear múltipla é escrito na forma $Y = X\beta + \varepsilon$. Uma amostra de 12 indivíduos e com duas variáveis explicativas produziu: $\hat{\beta}^T = (3.40 \quad -0.12 \quad 2.61)$, $Y^T Y = 1753$, $\bar{Y} = 10.42$, $X^T Y = (125 \quad 2363 \quad 571)^T$. Os valores do Quadrado Médio da Regressão e do Resíduo, bem como da estatística F, são dados, respectivamente, por:

- a) 176,23; 10,85; 16,25.
- b) 150; 5; 20.
- c) 10,42 ; 100,23 ; 80,4.
- d) 100,5; 80,1; -5,21.
- e) 20,4; 70,5; 10,6.

Questão 27: Para testar a aderência de conjunto de observações a uma densidade normal, os dados foram distribuídos em 10 classes e as frequências observadas foram obtidas. As estimativas de máxima verossimilhança da média e da variância populacionais foram calculadas, e seus valores foram usados para calcular as frequências esperadas nas 10 classes. Em seguida, a estatística qui-quadrado usual foi calculada. Sob a hipótese nula de aderência, essa estatística tem distribuição qui-quadrado aproximada com o seguinte número de graus de liberdade:

- a) 6.
- b) 7.
- c) 8.
- d) 9.
- e) 10.

Questão 28: Uma entrevista revelou que 50 dentre 80 pessoas consumiriam determinado produto, se ele fosse lançado no mercado. Qual é o tamanho da amostra, para estimar a proporção de pessoas que consumiriam o produto, com erro máximo de 2%, admitindo-se um nível de confiança de 95%?

- a) 2251 pessoas
- b) 1870 pessoas
- c) 2560 pessoas
- d) 3508 pessoas
- e) 557 pessoas

Questão 29: Muitas vezes, o pesquisador tem alguma ideia sobre o comportamento de uma variável. Nesse caso, o planejamento da pesquisa deve ser de tal forma que permita, com os dados amostrais, testar a veracidade de suas ideias sobre uma população em estudo. Adotamos que a população seja o mundo real e as ideias sejam as hipóteses de pesquisa, que poderão ser testadas por técnicas estatísticas denominadas testes de hipótese. Em relação aos testes de hipótese, assinale a alternativa **INCORRETA**.

- a) A hipótese nula é a hipótese que é sempre testada.
- b) A hipótese nula sempre se refere a um valor especificado do parâmetro da população e não da estatística da amostra.
- c) A afirmativa da hipótese nula sempre contém um sinal de igualdade com relação ao valor do parâmetro especificado.
- d) A hipótese alternativa será desenvolvida como o oposto da hipótese nula e representará a conclusão apoiada, se a hipótese nula for rejeitada.
- e) A afirmativa da hipótese alternativa quase nunca contém um sinal de igualdade com relação ao valor do parâmetro especificado.

Questão 30: Quando se aplica a análise fatorial à matriz de correlação R de um vetor aleatório X , é costume fazer uma rotação dos fatores extraídos com o objetivo de interpretar melhor a natureza de cada fator. A técnica usada para essa rotação é:

- a) rotação direta ortogonal.
- b) rotação composta ortogonal.
- c) rotação Varimax.
- d) rotação de Wald.
- e) rotação de Mahalanobis.